Prof. Dr. Alfred Toth

Die triadische Zeichenrelation als Fragment einer frakalen Sequenz

1. Gegeben sei die triadische Peircesche Zeichenrelation in der folgenden Definition Benses (1979, s. 53):

$$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))).$$

Diese ist, wie man zwar leicht sieht, aber bisher ebenso leicht übersehen hat, ein Fragment einer fraktalen Sequenz, und der Sequenz A109994 nach der internationalen mathematischen Klassifikation OEIS:

Search: **seq:1,1,2,1,2,3**

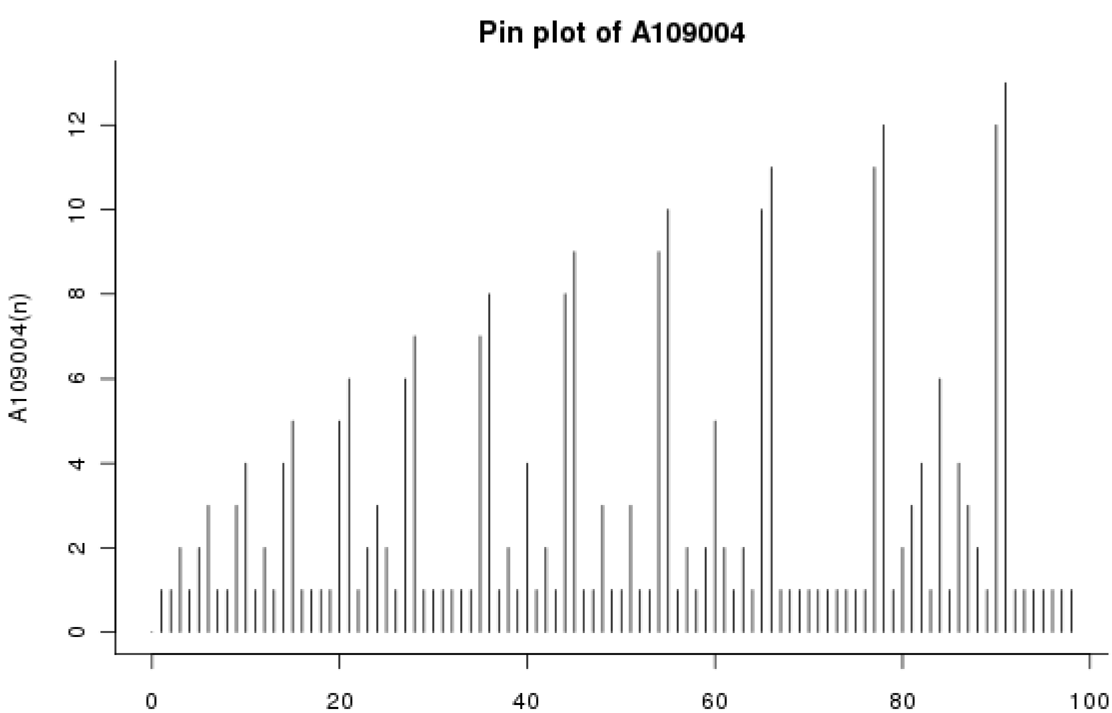
Displaying 11-20 of 323 results found. page 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ... 33

Sort: relevance | references | number | modified | created Format: long | short | data

A109004 Table of GCD(n,m) read by antidiagonals, n >= 0, m >= 0. +20 14

0, **1, 1, 2, 1, 2, 3,** 1, 1, 3, 4, 1, 2, 1, 4, 5, 1, 1, 1, 1, 5, 6, 1, 2, 3, 2, 1, 6, 7, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 7, 8, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 8, 9, 1, 1, 3, 1, 1, 3, 1, 1, 9, 10, 1, 2, 1, 2, 5, 2, 1, 2, 1, 10, 11, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 1, 6, 1, 4, 3, 2, 1, 12, 13, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 (list; table; graph; listen; history; internal format)

Als Graph dargestellt:



2. Die Frage ist nun, ob das Peircesche Reduktionstheorem richtig ist, welches besagt, dass alle n-stelligen Relation für $n > 3$ auf 3-adische reduziert werden können. Rein formal ist das natürlich möglich; man ist bloss erstaunt, dass Peirce nicht von Schröder (dessen Werk er nach E. Walther Peirce-Biographie) kannte und der selber (als Mathematiker!) in seiner Habilitationsvorlesung zum Thema „Das Zeichen“ vorgetragen hatte, das dyadische Reduktionstheorem übernommen hatte, denn man kann genauso gut alle n-adischen Relation für $n > 2$ auf 2-adische zurückführen. Der Grund liegt aber natürlich darin, dass Peirce´s Theorem inhaltlich begründet ist: mit einer 3-adischen Relation korrespondieren ja seine drei Kategorien, und wenn der Interpretant wegfällt, fällt auch die Peircesche Zeichendefinition weg. (Mit Hilfe des Schröderschen Satzes könnte man also dasselbe für Saussures dyadische Semiotik veranstalten.)

Ein formaler Beweis (wie z.B. derjenige von Marty 1980) genügt also nicht, um nachzuweisen, dass n-adische Relation für $n > 3$ tatsächlich auf 3-adische zurückführbar sind. Nur weil Peirce keine 4., 5., 6., ... Kategorie aufgestellt hat, folgt keineswegs, dass es nicht solche gibt. Kategorien betreffen nämlich, semiotisch gesehen, immer veränderte Zeichenstrukturen und Zeichenprozesse. Z.B. könnte man Peirce vorwerfen, sein Interpretantenbezug sei nichts anderes als eine „zweite Bedeutung“, die der dyadischen Bezeichnung (als Konnex) überstülpt bzw. in sie eingebettet worden sei (so ähnlich und völlig zurecht bei Ditterich 1990). Wenn man also den Interpretanten als Kategorie zulässt einzig, weil er einen Konnex über dem dyadischen „Kernzeichen“ bildet, dann steht weiterer Konnexbildung nichts im Wege. Entsprechend müssen aber für höhere Konnexe weitere Kategorien eingeführt werden. Der Prüfstein ist, wie bereits gesagt, das Auftreten neuer semiotischer Strukturen und Prozesse, d.h. solcher, die nicht bereits durch Zeichenrelationen niederer Stelligkeit abgedeckt werden. Negativ formuliert: Das Peircesche Reduktionsaxiom ist nur dann zulässig, wenn bei einer tetradischen, pentadischen, hexadischen, usw. Semiotik **keine** neuen Strukturen und Prozesse, die für die Semiotik relevant sind (z.B. thematisierte Realitäten, n-kategoriale Abbildungen usw.) auftreten.

3. Um dies abzuklären, genügt es, die Resultate aus Toth (2007, S. 186 ff.) zu rekapitulieren:

Für die tetradische Semiotik können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^m Y^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^m Y^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäß der größten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.

3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisationstypen möglich:

$$
\begin{array}{llllll}
15 & 3.0 \quad 2.1 \quad 1.2\ 0.3 & \times & \underline{3.0\ \ 2.1\ \ 1.2}\ \ 0.3 & & 3'2'1' \rightarrow 0' \\
 & & & \underline{3.0\ \ 2.1}\ \ 1.2\ \ 0.3 & & 3'2' \rightarrow 1'0' \\
 & & & \underline{3.0}\ \ 2.1\ \ 1.2\ \ 0.3 & & 3' \rightarrow 2'1'0' \\
 & & & 3.0\ \ \underline{2.1\ \ 1.2\ \ 0.3} & & 3' \leftarrow 2'1'0' \\
 & & & 3.0\ \ 2.1\ \ \underline{1.2\ \ 0.3} & & 3'2' \leftarrow 1'0' \\
 & & & 3.0\ \ 2.1\ \ 1.2\ \ \underline{0.3} & & 3'2'1' \leftarrow 0' \\
 & & & \underline{3.0}\ \ 2.1\ \ 1.2\ \ \underline{0.3} & & 3' \rightarrow 2'1' \leftarrow 0' \\
 & & & 3.0\ \ \underline{2.1\ \ 1.2}\ \ 0.3 & & 3' \leftarrow 2'1' \rightarrow 0' \\
 & & & 3.0\ \ \underline{2.1}\ \ 1.2\ \ 0.3 & & 3' \leftarrow 2' \rightarrow 1'0' \\
 & & & 3.0\ \ 2.1\ \ \underline{1.2}\ \ 0.3 & & 3'2' \leftarrow 1' \rightarrow 0'
\end{array}
$$

Man könnte die Regel aufstellen: $X^m Y^m Z^m \rightarrow A^m$ wegen $3m > m$. Dann würden die Typen $3' \rightarrow 2'1'0'$ und $3'2'1' \leftarrow 0'$ als regelwidrig entfallen. Unklar bleiben dann aber immer noch $3'2' \rightarrow 1'0'$ und $3'2' \leftarrow 1'0'$. Von den vier Sandwiches sind die beiden letzten rechts- bzw. linksmehrfach.

Für die pentadische Semiotik können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäß nun tetradische Thematisationstypen auf.

2. Bei den triadischen Thematisationen tauchen Typen der Form $X^m Y^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^m Y^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisationen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.

3. Bei den tetradischen Thematisationen treten Typen der Form $X^m Y^m Z^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^m Y^m Z^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisationen erscheinen linksmehrfache Sandwiches der Form $X^m Y^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^m Z^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.

4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, daß die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisation) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

Für die hexadische Semiotik können wir schließlich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäß treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisationstypen auf.

2. Bei den dyadischen Thematisationen treten Sandwiches unklarer Thematisationsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.

3. Bei den triadischen Thematisationen sind die Thematisationsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

4. Für die tetradischen Thematisationen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

5. Für die pentadischen Thematisationen gilt das zu den tetradischen Gesagte.

6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

7. Für die zu erwartenenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur daß hier noch mehr Verwirrung herrscht.

Der Schluss ist also klar: Je höher wird für n-adische Relationen gehen, desto mehr neue semiotische Strukturen und Prozesse tauchen auf. Mit jedem Zuwachs von n wird daher ein Zuwachs einer weiteren Kategorie nötig. Das Peircesche Reduktionsaxiom ist daher falsch. Es ist formal falsch wegen des Satzes von Schröder (das folgt allein aus der Intuition und braucht nicht einmal bewiesen zu werden!!) und inhaltlich falsch, wie wir soeben anhand $n = 4$, $n = 5$ und $n = 6$ demonstriert haben. Die triadische Semiotik ist somit eine minimale Semiotik und als solche keine Teilmenge, sondern ein Fragment einer n-adischen Semiotik für theoretisch beliebiges n. (Die weise und prognostische Randbemerkung Günthers im Vorwort zur 2. Aufl. seiner Dissertation, basierend auf der Vermutung, Peirce´s Christentum hätte ihn wohl daran gehindert, über die Triade hinauszugehen, i.a.W., er habe Triadizität und Trinität verwechselt, erscheint von hier aus in einem neuen Licht.)

Die triadische Semiotik, die durch ihre Zahlenfolge (1, 1, 2, 1, 2, 3) eine Teilfolge der Folge A 109004 ist, ist somit als fraktale Sequenz ein Parada-beispiel dafür, wie durch Repetition des scheinbar Gleichen und Fortschreiten um jeweils einen Schritt neue Strukturen und Prozesse entstehen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Marty, Robert, Sur la reduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

7.4.2011